

A Szilárd Leó Országos Fizikaverseny kísérleti feladataiból

Ujvári Sándor

Lánczos Kornél Reálgimnázium

8000 Székesfehérvár, Budai út 43.

Elméleti feladatsor, számítógépes szimuláció és egy mérés elvégzése. Ez vár arra, aki meg szeretné nyerni az Országos Szilárd Leó Verseny döntőjét. A versenyt Marx György akadémikus, az ELTE Atomfizikai tanszékének professzora kezdeményezte, és először Szilárd Leó születésének 100 évfordulóján, 1998-ban rendezte meg az Eötvös Loránd Fizikai Társulat és a Paksi Energetikai Szakközépiskola. A verseny olyan sikeresnek bizonyult, hogy azóta közkívánatra minden évben megszervezik. Jelen cikkben a mérési feladatok közül ismertetünk néhányat.

Bevezetés

Az Országos Szilárd Leó Verseny döntőjében szereplő mérési feladatok mindig olyanok, amelyeknek a többségét az iskolában is meg lehet valósítani, és modern fizikai témákat mutatnak be az elméleten kívül a gyakorlatban is.

A mérések tervezésénél több szempontot is figyelembe kell venni:

- A felhasznált eszközök meg kell hogy feleljenek a munkavédelmi és – mivel ez egy magfizikával, modern fizikai témákkal foglalkozó verseny – a sugárvédelmi szabályoknak is. Ez különösen fontos, mert a méréseket 15-18 éves diákok végzik.
- A mérőeszközöknek, műszereknek 15-20 példányban, egyforma minőségben előállíthatóknak kell lenniük, és rendelkezésre kell, hogy álljanak.
- A feladat megértésére, a mérésre, a hozzátartozó számításokra és a jegyzőkönyv elkészítésére a versenyzőknek összesen 90 perc áll rendelkezésre.

Jelen írásban három mérés elemzését ismertetem:

- 1.) Planck állandó mérése LED-ek segítségével
- 2.) Elektron fajlagos töltésének meghatározása „varázsszem” (EM4 elektroncső) segítségével
- 3.) Mágneses indukció mérése β -sugárzás eltérülésének meghatározásával.

1. A Planck állandó meghatározása elemi módszerekkel

(2005. évi Országos Szilárd Leó Fizikaverseny)

A méréshez rendelkezésre áll:

- öt, különböző színű világító dióda (LED)
- feszültségforrás
- egy optikai rács: rácsállandó 200 vonal/mm

- feszültségmérő, zsinórok
- vonalzó, milliméterpapír.

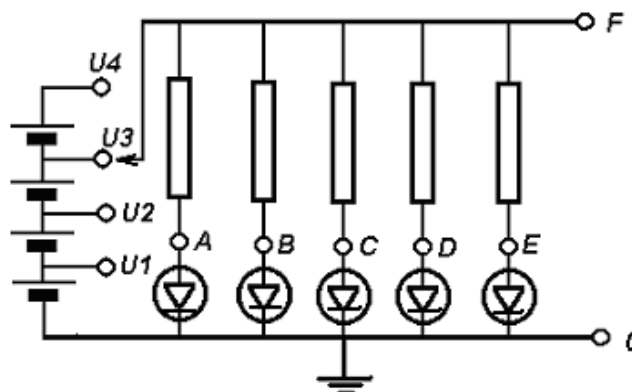
A mérés elve:

A világító diódák akkor kezdenek vezetni (akkora nyitófeszültség hatására), amikor a feszültségforrás által biztosított energia már elég az adott színű foton kibocsátásához. Ilyenkor:

$$e \cdot U = h \cdot f$$

A nyitófeszültség a következő módon határozható meg:

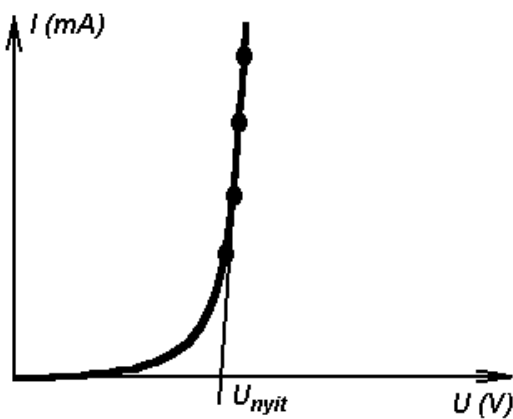
Az 1. ábrán látható kapcsoláson megmérjük az U_{F0} és az U_{E0} feszültségeket 4,5; 9; 13,5; 18 Volt tápfeszültségnél.



1. ábra: Kapcsolási rajz

Megmérjük az ellenállást és kiszámítjuk a diódán átfolyó áramot. Ábrázoljuk az áramot az U_{E0} feszültség függvényében, és egyenest fektetünk a legnagyobb áramokhoz tartozó pontokon keresztül (lásd 2. ábra). Ahol az egyenes az x tengelyt metszi, azt fogadjuk el nyitófeszültségnek.

A diódák színéhez tartozó frekvenciát az optikai rács segítségével határozzuk meg. A rács rácsállandója 200 vonás/mm.



2. ábra: A nyitófeszültség meghatározása

Tanács:

Az elsőrendű elhajlási vonal irányának meghatározásához a szomszéd diódát és a vonalzót használhatjuk fel. A mérendő diódát bekapcsolva és a ráccsal a kapcsoláshoz közelítve megtalálhatjuk azt a pontot, ahol az elsőrendű interferenciakép a szomszéd diórával fedésbe kerül. A rác-dióda távolságot és a két szomszédos dióda távolságát felhasználva a frekvenciát ki lehet számítani.

Feladat:

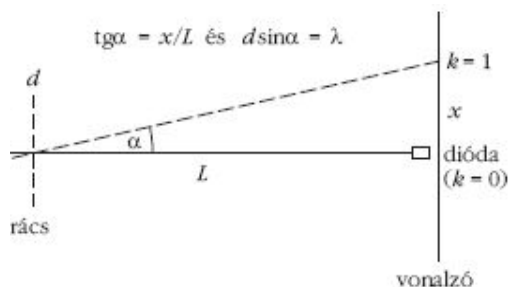
Határozzuk meg az öt diódán elvégzett mérés segítségével a Planck-állandó értékét! Elemezzük, értékeljük az elvégzett mérés hibáit!

Ez a mérési feladat több fizikai téma ismeretét követelte meg:

- Hullámoptika a LED-ek által kibocsátott fény hullámhosszának meghatározásához,
- a LED-ek működésének alapjai, és
- a Planck-állandó, mint végső mérési cél miatt, a kvantummechanika.

A mérés nagy előnye az egyszerű elkészíthetőség, azaz hogy minden laboratóriumban elérhetőek a hozzá szükséges eszközök. Ideális mérés szakköri foglalkozásra. Első alkalommal az elméletet beszélhetjük meg, a második alkalomra marad az elkészítés (ezt is lehet a diákokkal együtt csinálni), és akár két foglalkozást is igénybe vehet a mérés elvégzése és közös kiértékelése.

Először határozzuk meg a diódák fényének hullámhosszát!



3. ábra: Fényhullámhossz mérése optikai ráccsal

Az optikai rácsot használva a következő eredmények jönnek ki (egy dióda esetében a mérést a hibák csökkentése érdekében többször is el lehet végezni, bár a versenyen erre nem volt lehetőség az idő rövidege miatt): A képlet egyszerű: $d \cdot \sin \alpha = \lambda$, ahol kis szögek esetén $\sin \alpha \approx \text{tg} \alpha$, így

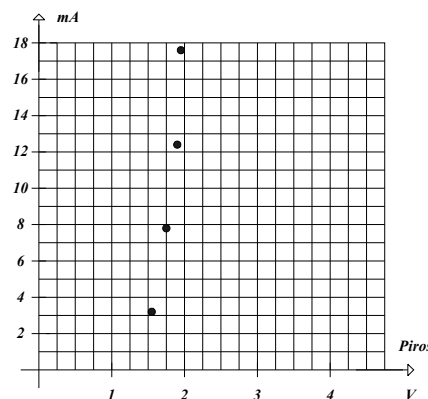
elég az L és az x távolság mérése (3. ábra), ebből kijönnek a diódák hullámhosszai.

Utána a diódák nyitófeszültségének mérése következik a karakterisztika felvételének segítségével:

Egy példa a piros dióda esetében:

A kapcsolásban szereplő ellenállások értéke 990 ohm, és az így számított feszültség és áramértékek táblázata a következő:

Piros	U_{F0}	V	4,5	9	13,5	18
	U_{E0}	V	1,68	1,74	1,78	1,81
	I_{E0}	mA	3,15	7,9	12,63	17,37



4. ábra: A LED nyitófeszültségének meghatározása

A grafikonról leolvasott nyitófeszültség értéke 1,6 V. Ugyanígy a többi színhez tartozó diódakarakterisztikát is fel lehetett venni, és az egyenes illesztésével a nyitófeszültséget meghatározni. (Az értékeket az alábbi táblázatban feltüntettük.) Ki lehet számolni egyesével az értékeket a következő képlettel:

$$h = \frac{eU\lambda}{c}$$

A következő adatok egy maximális pontszámot elért versenyző méréséből származnak (1. táblázat).

1. táblázat Egy mérés eredményei

Szín	Hullámhossz (mm)	Frekvencia (10^{14} Hz)	Feszültség (V)	A számolt Planck állandó (Js)
Piros	765	3,92	1,6	$6,54 \cdot 10^{-34}$
Narancs	720	4,17	1,7	$6,54 \cdot 10^{-34}$
Sárga	700	4,29	1,9	$7,11 \cdot 10^{-34}$
Zöld	655	4,58	1,85	$6,48 \cdot 10^{-34}$
Kék	554	5,42	1,95	$5,48 \cdot 10^{-34}$

Az átlagolt érték: $6,43 \cdot 10^{-34}$ Js. Ez nagyon jó közelítése a tankönyvi $6,626 \cdot 10^{-34}$ Js értéknek.

A mért adatokból azok szórására (standard eltérésére) is kaphatunk becslést: $0,59 \cdot 10^{-34}$ Js. Ez kb. 9% relatív szórást jelent.

Hibaelemzés

A feladat során két független mérést kell elvégezni: a LED-ek hullámhosszát és a diódák nyitófeszültségének mérését, így ezek hibái is összegződnek. Mindkét mérésnek van rendszeres hibája:

A hullámhossz mérésénél az elrendezés olyan, hogy az optikai rácstól csak kis L távolságra tudunk mérni, mivel a diódák $x=2,2$ cm távolságra vannak egymástól. Így az ebből származó relatív hiba értékét könnyen ki tudjuk számolni. A leolvasáshoz használt vonalzó mm beosztású, tehát az abszolút hiba legalább ± 1 mm.

A legkisebb mért L érték 15 cm volt, a rendszeres relatív hiba maximális értéke tehát:

$$\Delta x = \frac{1}{150} = 0,0067 = 0,67\%$$

Ez kis érték, tehát a leolvasásból származó rendszeres hiba kicsi, a többi részét a véletlen hibák okozzák.

A feszültségmérés rendszeres hibáját a műszereknek a számlapon megadott mérési pontatlansága adja meg, ez általában (gyártmánytól függően) $\pm 3\%$.

A végső számításnál a számított értéket a feszültség és a hullámhossz szorzatával kapjuk, ezért a relatív hibákat összegeznünk kell. Ez $\pm 3,67\%$.

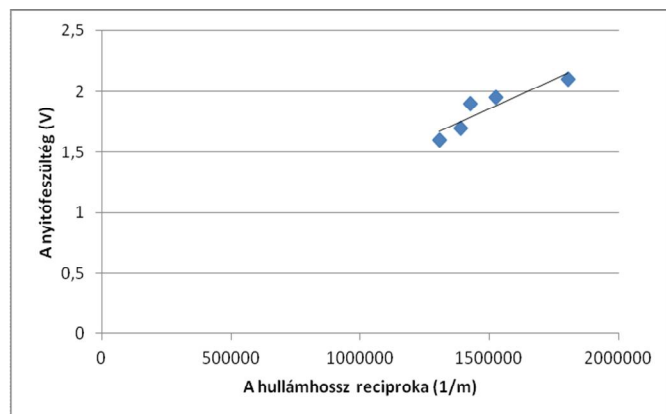
A LED-ek által kibocsátott fény nem monokromatikus, hanem kb. 60 nm sávzélességű. Ez kb. $\pm 5\%$ -os hiba.

Ehhez társulnak a leolvasási hibák és a grafikonon várható illesztési pontatlanság.

A mérési eredmények átlaga $6,43 \cdot 10^{-34}$ Js, az abszolút hiba maximuma $(6,43-5,48) \cdot 10^{-34}$ Js = $0,95 \cdot 10^{-34}$ Js. Ez 14% relatív hibát jelent. Ez tehát a fent említett rendszeres, és a véletlen hibákból keletkezett.

Másik lehetséges megoldási módszer:

Ábrázoljuk az U_{ny} grafikont. Ennek meredeksége megegyezik a hc/e értékével, ebből számíthatjuk h értékét.



5. ábra: Az öt LED esetén mért feszültség és a hullámhossz reciproka.

A grafikon meredeksége 10^{-6} Vm, ebből h értéke $5,33 \cdot 10^{-34}$ Js. Ez a mérés pontatlanságait és a közelítő egyenes illesztését figyelembe véve szintén jó eredmény. A hiba egy része abból származik, hogy a pontok nem illeszkednek az egyenesre. Az egyenes egyenlete:

$$y = 9 \cdot 10^{-7} x + 0,45.$$

$9 \cdot 10^{-7}$ az egyenes meredeksége, 0,45 az az érték, ahol az egyenes az y tengelyt metszi. A pontok eltérésének az összegzett mértékét az $r^2=D$ (az illesztés jóságát meghatározó tényező) értékével adhatjuk meg. Ha $r^2 = \pm 1$, akkor minden mért érték illeszkedik az egyenesre. Jelen esetben az illesztés jósága: $r^2=D=0,814$. Az egyenes paramétereinek szórását a teljes szórásnégyzet jellemzi, ennek értéke 0,16.

A mérés feltételezése szerint az elektronok akkor ugorják át az energiakülönbséget, ha a rákapcsolt feszültség elég energiát ad ehhez. Amint az egyenes egyenletéből látszik, nem megy át az origón, azaz az elektronoknak van akkor is (termikus mozgásból származó) energiájuk, amikor nincs külső feszültség a diódára kapcsolva. Ez is okoz szisztematikus hibát.

2. Elektron fajlagos töltésének meghatározása „varázsszem” (EM4 elektroncső) segítségével

(2010. évi Szilárd Leó Fizikaverseny)

A mérés elve:

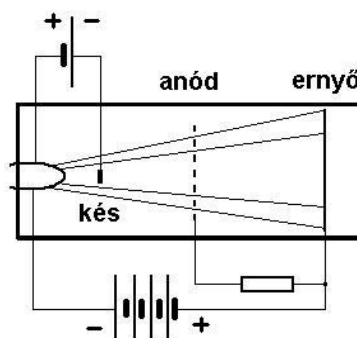
A méréshez használt elektroncsövet a régi, csöves rádiókban arra használták, hogy jelezze, hogy a rádió mennyire pontosan hangolódott rá egy adott állomásra.

A varázsszem zölden világító kijelzője azt használja ki, hogy vannak olyan festékek, amelyek elektronok becsapódásakor fényt bocsátanak ki (lumineszkálnak). A gyorsan becsapódó elektronok folyamatos világítás érzetét keltik.

A cső közepén hosszában húzódó fűtött katód szolgáltatja az elektronokat, ezeket az anódfeszültség (maximális értéke 250 V) gyorsítja. Az anód kiképzése olyan, hogy a felgyorsult elektronok egy része tovább tud haladni – immár állandó sebességgel –, míg végül becsapódik az ernyőbe, ami a már említett festékkel van bevonva. Ahhoz, hogy az anód és az ernyő között ne változzon az elektronok sebessége, az ernyőnek az anóddal azonos potenciálon kell lenni.

A csőben van még két eltérítő elektród (ezeket késnek hívják), amelyek a keletkezett világító kép („legyezők”) szélességét határozzák meg. Ha az eltérítő elektródokra nagy negatív feszültség jut, akkor taszítják a mellettük elhaladó elektronokat, megnő az árnyék területe. Ha kis feszültség kerül az eltérítő elektródokra, akkor nagy lesz a világító terület, kicsi az árnyék (a késfeszültség értéke 0 és -16 V között lehet).

Az elektroncső „kiterített”, lineárisra transzformált rajzát a 4. ábra mutatja:



6. ábra: A „varázsszem” elektroncső lineárisra transzformált rajza

Az elektronső adatai:

Fűtő feszültség: 6,3 V

Anód feszültség: Max. 250 V

Ernyő feszültség: Max. 250 V

Mérésünknel az elektronsugarat rá merőleges, homogén mágneses mezővel térítjük el. A mágneses mezőt 200 menetes, 3 cm hosszú, 3 cm belső átmérőjű tekercsrel állítjuk elő. Ezt a tekercset az elektronsőre húzzuk úgy, hogy lehetőleg koncentrikus legyen a tekercs és a cső.

A tekercsben szabályozni és mérni tudjuk az átfolyó áramot, így a létrejött mágneses mező indukcióját meg tudjuk határozni. A mágneses mezőben az elektronsugar körpályára kényszerül. A körpálya sugarát megmérve határozhatjuk meg az elektron fajlagos töltését.

Feladat:

Mérjük meg a tekercs több áramerősségénél (az áramerősség értéke ne legyen nagyobb 2 A-nél!), és többféle anódfeszültség (maximum 250 V) esetén az elektronsugar görbületét, és ebből adjunk becslést az elektron fajlagos töltésére!

Foglaljuk táblázatba a mért eredményeket, elemezzük azokat. Térjünk ki a mérési hibákra, becsljük meg azok értékét!

Útmutatás:

A méréshez használjuk a **Program2010**-et. Ezzel a webkamerát felhasználva képeket készíthetünk, és értékelhetjük a kapott képeket. Célszerű egy képet készíteni világosban az elrendezésről, ezt fel lehet használni a mérések **kalibrálásához**. A kalibrálás után magát a mérést feketével letakart csőről készített képeken célszerű elvégezni. Így a zavaró tükröződések kiküszöbölhetők.

A versenyzők megkapták még a méréshez használható program (Program2010) használatának részletes leírását is. Ennek a közlésétől itt most eltekintünk.

A kísérlet során négy fizikai területet érintünk:

- körmozgás dinamikája,
- Lorentz-erő,
- mozgási energia,
- elektromos mező energiája.

A méréshez szükséges matematika nem túl bonyolult.

A kës és a katód között feszültséget hozunk létre, és mérjük a különböző mágneses terek által létrehozott elhajlásokat. A mágneses terek indukcióját a burkoló tekercsen átfolyó áram erősségének változtatásával szabályozzuk.

Egy erre a célra esztergált danamid orsóra 200 menetet 3 cm hosszúságban tekercseltek fel. A belső átmérő 3 cm volt. Ezekből az adatokból (és a mért áramerősségből) ki lehetett számítani a varázsszemre ható homogén mágneses indukció

nagyságát az egyenes tekercs képletével ($B = \mu_0 \frac{NI}{l}$).

Ezek után fényképet készítettünk a tekercsről mágneses mező nélkül és több, választott feszültség esetén a hozzátartozó

indukcióértékekkel. Az elektronsugar eltérítését a segédprogram által illesztett körök sugarai adták meg.

Ebből a következő két képlettel határoztuk meg az elektron fajlagos töltését: a körpályán tartáshoz szükséges erőt a Lorentz-erő biztosítja:

$$evB = \frac{mv^2}{r}.$$

A vákuumcső anódfeszültsége gyorsítja fel az elektronokat, amelyek energiája a következő képlet szerint számolható:

$$eU = \frac{1}{2}mv^2.$$

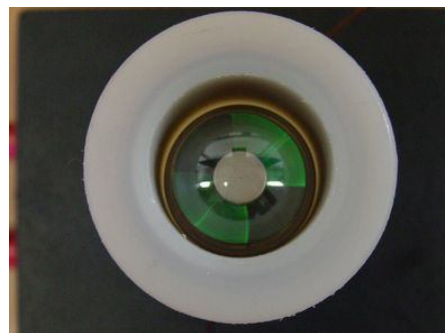
A két képletből a fajlagos töltést kifejezve kapjuk:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{B^2 r^2}.$$

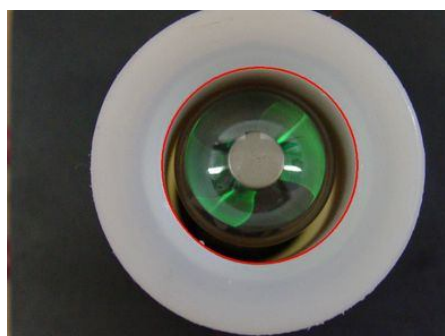
Az elméletileg várt érték: $1,76 \times 10^{10}$ C/kg.

2. táblázat Néhány valódi mérés eredménye

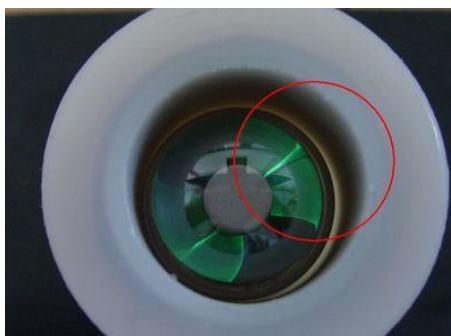
Áram-erősség (A)	Anódfesz. (V)	Görbületi sugár (mm)	Indukció $\times 100T$	e/m (C/kg) $\times 10^{11}$	Hány százalék az elméletinek?
1,3	249	4,38	1,09	2,19	124,5
1,3	198	3,89	1,09	2,21	125,5
1,3	146	2,81	1,09	3,11	176,9
1,5	248	4,25	1,256	1,74	098,8
1,5	198	3,5	1,256	2,11	119,9
1,5	146	3,6	1,256	1,43	081,2



7. ábra: Az elektronsugar mágneses mező nélkül



8. ábra: Az ismert átmérőjű tekercsre illesztett kör a kalibráláshoz



9. ábra: Eltérített elektronsugárra illesztett kör

A táblázatban **kékkel** jelölt érték nem jól értékelhető fényképhez tartozott, ezért a kiértékelés során ezt a kiszóró pontot nem vettük figyelembe. A többi mérés esetén is sokat számított az, hogy hogyan sikerült a kép. A mért értékek átlaga és standard hibája: $(1,94 \pm 0,34) \cdot 10^{11}$ C/kg. A relatív hiba kb. 16%. Látható, hogy az irodalmi érték a mért érték 1σ sugarú környezetébe esik. .

Mivel a mérés során az indukció értékét csupa megadott mennyiségből számítottuk, a sugár volt az egyetlen függő változó.

Hibát okozott az, hogy a késeket vasból készült alkatrészek tartották a helyükön, és ez torzította a mágneses mezőt. Mint a képeken is látható, az elektronsugár nem teljesen szabályos kört ír le. Természetesen mérési hibát jelentett a műszerek pontossága ($\pm 3\%$).

A véletlen hibák a körök nem pontos illesztéséből keletkezhetnek. A leolvasás a szoftverben automatikusan történt, így ez nem okozhatott további hibát, eltekintve a monitor felbontásától.

Ez a mérés nagyon érdekes és ötletes. Sajnos nem ismételtető meg könnyen minden iskolában, mert nehéz régi elektronsóhoz jutni, és ha van is, egy nem túl bonyolult kapcsolásba kell beépíteni. Sajnos a 250V egyenfeszültség sem mindenhol hozzáférhető. Saját tápegység építése esetén pedig nagyon nagy gondot kell fordítani az érintésvédelemre is.

3. Mágneses indukció nagyságának becslése β -sugárzás eltérülésének segítségével

(2013. évi Szilárd Leó Fizikaverseny)

A radioaktivitás felfedezése (1896) után hamarosan megállapították, hogy a sugárzás általában három komponensre bontható mágneses vagy elektromos térben: α -, β -, és γ -sugárzásra. Az is kiderült, hogy a β -sugárzás során elektronok lépnek ki a sugárzó anyagból. A béta sugárzás energiaspektruma folytonos, nincs jellemző energia, de megadható egy átlagos energia.

A mérés elve:

A kollimált (nagyjából egy irányba haladó) β -nyalábot Geiger-Müller számlálócsővel detektáljuk. A mozgó elektronokat mágneses mezővel eltérítjük, és az előre megadott átlagos energia ismeretében az eltérülés szögének mérésével adunk becslést az eltérítő mágneses indukciójára.

A méréshez rendelkezésre áll:

- egy sárgaréz kollimátorban elhelyezett radioaktív sugárforrás,
- egy számítógéphez csatlakoztatott Geiger-Müller számláló,
- egy tartóba erősített mágnes pár,
- szögmérő.

A mágnes átmérőjét és a β -sugárzás átlagos energiáját a kísérletvezető tanár adja meg.

A feladat:

a) Először mérjük meg a háttérsugárzást. Távolítsuk el a sugárforrást, és mérjük a beütésszámot hosszú ideig! Mérjük és jegyezzük fel az eltelt időt is!

b) Mérjük meg a kollimátorból kijövő β -sugárzást mágnes nélkül, több különböző szög mellett, annak érdekében, hogy a mért szögeloszlást majd összehasonlíthassuk a mágnes hatására módosult szögeloszlással! Az értékelésnél vegyük figyelembe a mért háttérrel is!

c) Vegyük fel a szögeloszlást a mágnes jelenlétében is! Határozzuk meg a szögeltérést!

d) A c) pontban meghatározott szög és az energia segítségével adjunk becslést az eltérítő mágnesek indukciójára! Az indukció meghatározásánál figyelembe kell venni annak a lehetőségét, hogy az elektron sebessége a fénysebesség nagyságrendjébe eshet!

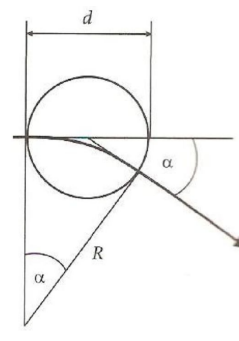
f) Elemezzük az eredményt! Milyen hibák adódhatnak a mérés során, és ezek mekkorák lehetnek? Miért csak nagyságrendi becslést ad ez a mérés?

Tanács a méréshez:

Időt takaríthatunk meg, ha a feladat értelmezése közben már elkezdünk háttérrel mérni.

Lehet, hogy egy-egy pont méréséhez hosszabb mérési időre van szükség. Ezt a háttér és a beütések számának ismeretében lehet meghatározni. A mérésre rendelkezésre álló idő szűk, ezért tekintjük szimmetrikusnak a kollimátort.

Segítség az energia kiszámításához:



10. ábra: Segítség az energia kiszámításához

1) Az eltérés szögéből határozzuk meg először annak a körpályának a sugarát (R), amelyen a β -részecskék haladnak a mellékelt rajz (10. ábra) alapján.

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{d/2}{R}$$

2) A mágneses térben haladó részecske p lendületét a B mágneses indukció és az R pályasugár ismeretében meghatározhatjuk abból kiindulva, hogy a körpályán tartáshoz szükséges erő a mágneses Lorentz erő ($F=evB$) adja:

$$a_{cp} = \frac{F_l}{m} \text{ azaz } \frac{v^2}{R} = \frac{evB}{m} \text{ és ebből } p = eBR$$

3) Az energiából a lendületet a relativisztikus összefüggés segítségével határozzuk meg. Ebből visszszámolva ki lehet számítani a mágneses indukció nagyságát.

Adat: Átlagos energia, fénysebesség, elektron tömege, elektron töltése

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + (m_0 c^2)^2} - m_0 c^2$$

Itt m_0 az elektron nyugalmi tömege:

$$m_0 c^2 = 0,511 \text{ MeV} = 0,8176 \times 10^{-13} \text{ J}$$

FONTOS!

Beadandó a „Mérési jegyzőkönyv”, amely tartalmazza a mérést végző azonosítóját, a mérések minden fontos paraméterét, a mért nyers adatokat, az eljárást (lépésenként), amellyel a végeredményhez eljutottunk, a végeredmény(ek)et, a végeredmény(ek) hibáját és a hiba kiszámítási vagy becslési módját, az eredmények diszkutálását, valamint minden olyan információt, amely a mérés reprodukálásához szükséges.

A mérési jegyzőkönyvnek olyannak kell lenni, hogy annak alapján bárki a mérést megismételhesse, és (a statisztikus hibákon belül) hasonló eredményt kaphasson.

A feladat egyrészt elemi ismereteket követel:

- centripetális gyorsulás,
- Lorentz-erő,
- háromszögek adatainak kiszámítása,

de tartalmaz modern fizikai elemeket is:

- relativisztikus energia kiszámítása.

Mivel az idő korlátozott volt, ezért a szükséges egyenleteket megadta a versenybizottság.

A forrás tóriumos gázharisnya kemencében kiizzított pora volt, egy kifűrt rézhengerből készített kollimátorba töltve. A kilépő α -részecskéket egy papírból készült fedővel árnyékoltuk le. A kilépő β -sugárzás átlagos energiáját ismert mágneses mezőn át bocsátva előre megmértük, és kerekítve 10^{-13} J értékben adtuk meg, a mágnes átmérője 15 mm volt.

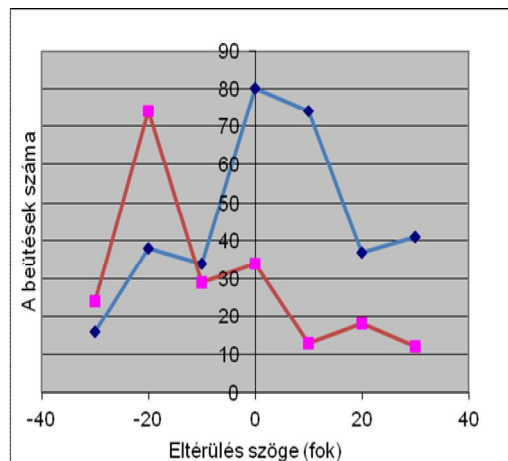
A mérés során a versenyzők először hátreret mértek, ezután a kollimátorból kilépő sugárzás eloszlását vették fel mágnes nélkül, majd az eltérítő mágneses mezőn áthaladva.



11. ábra: A mérési elrendezés

Az eredmény 300 másodperces mérésekkel a következő volt:

szögek	mágnes nélkül	mágnessel
	beütés-háttér	beütés-háttér
-30	16 ± 4	24 ± 5
-20	38 ± 6	74 ± 8
-10	34 ± 6	29 ± 5
0	80 ± 9	34 ± 6
10	74 ± 8	13 ± 3
20	37 ± 6	18 ± 4
30	41 ± 6	12 ± 3



12. ábra: Az eltérülés szöge

A mérésből kb. 20 fokos eltérítési szög adódott. A mágnes sugara 7,5 mm, ebből a fenti képletet használva az eltérülési körpálya sugara: 42,5 mm \approx 42 mm (mivel a szög bizonytalansága elég nagy, nincs értelme törtekkel számolni.)

A feladatban megadott képletekből:

$$p = eBR \text{ és } E = \sqrt{p^2 c^2 + (m_0 c^2)^2} - m_0 c^2$$

kifejezzük az indukció értékét:

$$B = \frac{\sqrt{E^2 + 2Em_0 c^2}}{ceR} = \frac{\sqrt{(10^{-13})^2 + 2 \cdot 10^{-13} \cdot 8,18 \cdot 10^{-14}}}{3 \cdot 10^8 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 42 \cdot 10^{-3}} = 0,08T$$

Mivel a szögérés pontossága nem lehetett nagyobb, mint $\pm 5^\circ$, ez pedig az eltérés negyede, így az eredmény pontossága sem lehet jobb 25%-nál. Másik szisztematikus hibaforrás az, hogy a kilépő β -sugárzás energiája nem diszkrét, hanem folytonos, így a kiszámított érték csak egyfajta átlagot ad meg.

Gondot okozott, hogy néhányan diszkrét eredményeket vártak, nem statisztikus eloszlást tételeztek fel, azaz nem egy eloszlást, hanem pontosan meghatározott értéket, szöveget kerestek. Szintén problémát jelentett annak az időnek a meghatározása, ami ahhoz volt szükséges, hogy a beütések száma az egyes irányokban annyira meghaladja a háttérét, hogy ez már a szóráson kívül essen. Többben a kollimátor oldalán (90 fokban elfordulva a kollimátor nyílásától) is mértek, nem vették figyelembe a feladatleírásban leírt meghatározást, hogy a kollimátorból a sugárzás egy kis lyukon keresztül lép ki.

Ami meglepő volt: szinte senki sem határozta meg jól a mágneses mező polaritását, nem vették figyelembe, hogy a jobbkezes-szabály szerint az áram a „kollimátorba befelé haladt”, és utána még egy fordításra is szükség van, hiszen az így kapott erő iránya is a pozitív töltések áramára vonatkozik.

Általánosságban

Minden mérésnél gondot okoz, hogy a diákok egy része nem készített még mérési jegyzőkönyvet.

Egy jó jegyzőkönyvben szerepelnie kell a mérés céljának, a felhasznált eszközöknek, műszereknek, ezek pontosságának. A jegyzőkönyvben le kell írni, hogyan végeztük a mérést. A kapott adatokat táblázatba foglaljuk, és elvégezzük a számításokat. Az eredményeket szükség szerint grafikonon ábrázoljuk. A táblázatba foglalt adatok és a grafikon alapján értékeljük az eredményeket, a mért értékek alapján meghatározzuk az átlagot és a standard eltérést, összevetjük az esetleges szakirodalmi értékekkel, előzetes ismereteinkkel. A mérési hibák analízise, értékelése sem maradhat el.

A fenti mérések nem könnyűek, egyetemi szintű mérési gyakorlatnak felelnek meg. A versenyzők átlagban 50% körüli eredményt érnek el. Amit fejlesztenünk kell, az a már említett mérési jegyzőkönyv készítése, mert egész sikeres mérések voltak nehezen értékelhetőek a jegyzőkönyv hiányosságai miatt. A mérések nem mindennapiak a diákok számára, mert a modern fizika csak az utolsó évfolyam második félévében kerül elő, és ott is inkább az elmélet. Sajnos egy kötött idejű tanóra csak a megbeszélésre elegendő. A fentebb leírt kísérletek, mérési feladatok részletes megbeszélését, esetleg elvégzését szakköri foglalkozáshoz javasoljuk érdeklődő gyerekeknek.